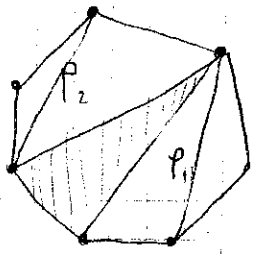


אנטיגון עם מרכז מנימי



נתון מרכז קמרי  $P$  עם  $n$  קודקודים במישור.  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

כל מניום יש  $\binom{n}{3}$  משולשים פיסגוניים. נניח שאם משולש  $\Delta$  יש מרכז  $w(\Delta)$  (אמל, היקף, המשולש) (אנטיגון מרכז) המכונה  $w$   $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

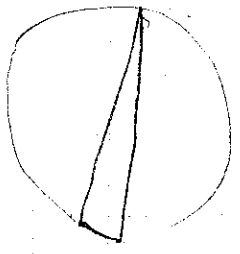
אנטיגון עם מרכז מנימי עם מרכז מנימי

(שימו לב שיש נכחה שהמרכז חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

אם  $n$  המניום אינו זוגי אז המרכז המנימי הוא המרכז של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

נבחר קודקוד  $p_i = (x_i, y_i)$ . המרכז של  $\Delta$   $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

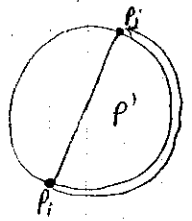
$$\min_{2 \leq k \leq n-1} [w(p_i, p_k, p_n) + w(\text{מניום מנימי}) + w(\text{מניום מנימי})]$$



אם  $n$  זוגי אז המרכז המנימי הוא המרכז של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

נבחר  $n$  מרכזים במישור. המרכז המנימי הוא המרכז של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

נבחר  $p_i$  ו- $p_j$   $(p_i, p_j)$  המרכז המנימי הוא המרכז של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)



נניח  $j=i+1$ . נקרא  $w_{ij}$  המרכז המנימי של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)  $P$  חוצה את כל הצדדים של  $\Delta$  (באיור)

$$w_{in} = \min_{2 \leq k \leq n-1} [w(p_i, p_k, p_n) + w_{ik} + w_{kn}]$$

$$w_{ij} = \min_{i+1 \leq k \leq j-1} [w(p_i, p_k, p_j) + w_{ik} + w_{kj}]$$

$$k-i \leq j-k \leq j-i$$

bottom-up. נניח  $w_{i,i+1} = 0$   $i=1, \dots, n-1$

$$w_{i,i+1} = \min_{i+1 \leq k \leq j-1} [w_{ik} + w_{kj}]$$

סביליות הריבוי של האותיות היא  $O(n^3)$ : הבעיה ניתנת לפתרון בזמן  $O(n^3)$  או  $O(n^2)$  או  $O(n)$  או  $O(1)$ .

### התאמת string/pattern matching

נתון:  $P = P_1 P_2 \dots P_m$  (הפטרן) ו- $T = T_1 T_2 \dots T_n$  (הטקסט).  
השאלה: האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P.

$$P = P_1 P_2 \dots P_m \quad T = T_1 T_2 \dots T_n$$

$$P[i] \quad P[m] \quad T[1] \quad T[2] \quad \dots \quad T[n]$$

$$|P| = m \quad |T| = n$$

$$T[1+m-1] = P[m] \quad ; \quad T[1+1] = P[2] \quad ; \quad T[1] = P[1] \quad \text{אם } T \text{ מתאים ל-} P$$

דוגמה:  $P = ABA$  ו- $T = ABABABABAB$  (הטקסט).  
האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?

דוגמה:  $P = ABRA$  ו- $T = ABRACA0ABRA$  (הטקסט).  
האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?

התאמת shift:  $P$  מתאים ל- $T$  אם קיימת התאמה בין  $P$  ל- $T$  עם shift  $s$ .  
למשל:  $P = ABA$  ו- $T = ABABABABAB$  מתאים ל- $T$  עם shift 1.

הבעיה היא NP-Complete. ניתן לפתור אותה בזמן  $O(mn)$ .

דוגמה:  $P = ABBAA$  ו- $T = ABA$ . האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?  
התשובה היא לא, כי  $P$  ארוך מ- $T$ .

$$1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{8} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2^i} \approx 2$$

דוגמה:  $P = AA \dots A$  ו- $T = AAA \dots A$ . האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?  
התשובה היא לא, כי  $P$  ארוך מ- $T$ .

דוגמה:  $T = AAAAA$  ו- $P = AAAA$ . האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?  
התשובה היא כן, כי  $P$  מתאים ל- $T$  עם shift 1.

דוגמה:  $P = ABCD$  ו- $T = ABCD$ . האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?  
התשובה היא כן, כי  $P$  מתאים ל- $T$  עם shift 0.

דוגמה:  $P = ABAB$  ו- $T = ABAB$ . האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?  
התשובה היא כן, כי  $P$  מתאים ל- $T$  עם shift 0.

התאמת prefix/suffix:  $P = ABAB|C$  ו- $T = ABABAB|C$ . האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?  
התשובה היא כן, כי  $P$  מתאים ל- $T$  עם shift 0.

התאמת subarray:  $P = [1 \dots i]$  ו- $T = [j \dots m]$ . האם קיים תת-טקסט ב-T שמתאים ל-P?  
התשובה היא כן, כי  $P$  מתאים ל- $T$  עם shift  $j-i$ .

ע"מ המצאה מיומנת המכונה "אלגוריתם דפ"ר"  $P[1..i]$  (כאן  $n=1$ )  
 שבה יש המכונה "דפ"ר"  $P[1..i]$  ו- $P[1..i]$  הם  $P[1..i]$   
 (כאן  $n=1, 2, \dots, m$ )  $P$   $P[1..i]$  ,  $P$   $P[1..i]$  ,  $P$   $P[1..i]$   
 $P[1..i]$   $P[1..i]$   $P[1..i]$   $P[1..i]$   $P[1..i]$   $P[1..i]$   $P[1..i]$

$P = ABABACA$   $P[1..i]$

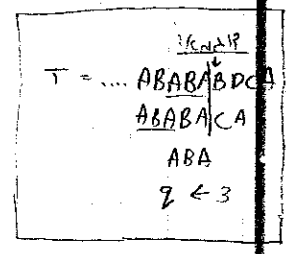
	$i$	אורך המכונה $P[1..i]$	אורך המכונה $P[1..i]$
A	1	0	1
AB	2	0	2
ABA	3	1	2
ABAB	4	2	2
ABABA	5	3	2
ABABAC	6	0	6
ABABACA	7	1	6

אנחנו רוצים למצוא את  $T$  של  $P$  (המכונה)

for  $i=1$  to  $n$  do (דפ"ר)

מחשבים את  $T[i]$  - כמה פעמים  $P$  מכונה  $P[1..i]$

נבדוק השווה  $P[1..i]$   $P[1..i]$   $T[i]$   $T[i]$   
 אם שווה, אז  $T[i] = T[i-1] + 1$   
 אחרת,  $T[i] = T[i-1]$   
 (המכונה  $P[1..i]$  מכונה  $P[1..i]$ )  
 נבדוק את  $P[1..i]$   $P[1..i]$   $T[i]$   $T[i]$   
 נקח את  $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   
 כדור  $T$



האלגוריתם, כמו שראינו, לא מנצל את המכונה  $P$  כפי שצריך.  
 זה לא יעיל - המכונה  $P$ .

אנחנו רוצים למצוא את  $T$  של  $P$  (המכונה  $P$ )  
 $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   
 $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   
 $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   
 $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$   $T[i]$

ABABD  
 המכונה  $P$   
 המכונה  $P$   
 המכונה  $P$   
 המכונה  $P$

$T$  (המכונה  $P$ )

רצונתי

k \ a	A	B	C
0	0	0	0
1	1	2	0
2	3	0	0
3	1	4	0
4	5	0	0
5	1	4	6
6	0	0	0

הטבלה הקלה מייצגת את  $\delta$  במנין הקטן

$P = ABABACA$

- AA | AB | AC
- ABA | ABB | ABC
- ABAA | ABAB | ABAC
- ABABA | ABABB | ABABC
- ABABAA | ABABABI | ABABAC

כמה, נוסח מחזור של האלגוריתם

החשוב ב. האלגוריתם כולל אינדיקס סופי [מכונה שיש לה גודל סופי של חזקים מ, 1, 2, 3, ..., וקראת את הקטן T כלומר האלגוריתם (א, א)  $\delta$  היא פונקציה המעביר קואורדינטות ומאידך, כל שנייה חזקת מקום (א, א)  $\delta$  מתיאורטית]

קראת לזמנים, אינני 'בגור' כרגע שנייה  $m$  זה זה של קטן הקטן (קראת ב. היתה ונחשב הלאה)

(\*)  $P = ABABACA$  ;  $T = ABABABCA ABABACA$  , חשב

חזקת א. הן חזקת ב. א. האלגוריתם האחרון של T שקראת מ/כזר גם א. האלגוריתם האחרון של P.

תקין קטן (שנייה האחרונה): יש לנו הקטן הלאה של T מתיאורטית אלא הלאה של P, במקרה זה יש / זרק. חזקת P שיהי  $k \leftarrow k+1$   $\frac{P[1...k]}{a}$  זה זה של P

(\*) חזקת / רצונתי:  $0(A) 1(B) 2(A) 3(B) 4(A) 5(B) \dots$

0 1 2 3 4 5 6 7 ... חזקת חזקת